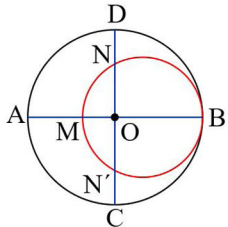


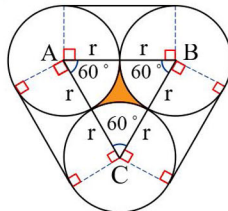
- ۱ در شکل مقابل، دو دایره بر هم مماس و دو قطر  $AB$  و  $CD$  از دایره بزرگ تر بر هم عمودند. اگر  $AM = ۱۶$  و  $ND = ۱۰$ ، شعاع های دو دایره را پیدا کنید. (بارم ۱)



- ۲ اگر  $r_a, r_b, r_c$  شعاع های سه دایره محاطی خارجی مثلث و  $r$  شعاع دایره محاطی داخلی باشد، نشان دهید:  $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$  به همین ترتیب اگر  $h_a, h_b, h_c$  اندازه های سه ارتفاع باشند، نشان دهید:  $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$  (بارم ۱)

- ۳ یک دوزنقه، هم محیطی است و هم محاطی. ثابت کنید مساحت این دوزنقه برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آنها. (بارم ۱)

- ۴ سه دایره به شعاع های برابر  $r$  دو به دو بر هم مماس اند. مطابق شکل مقابل این سه دایره به وسیله نخی بسته شده اند. نشان دهید طول این نخ برابر  $6r + 2\pi r$  است. همچنین نشان دهید مساحت ناحیه به سه دایره برابر  $r^2(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})$  محدود است. (بارم ۱)



- ۵ در حالتی که پاره خط  $AB$  در راستای عمود بر خط بازتاب قرار دارد، ثابت کنید که اگر  $A'B'$  بازتاب  $AB$  باشد،  $A'B'$  هم اندازه اند. (بارم ۱)

- ۶ شش ضلعی منتظم  $ABCDEF$  مفروض است با امتداد دادن اضلاع شش ضلعی. (بارم ۲)

مطابق شکل، مثلث  $MNP$  را ساخته ایم.

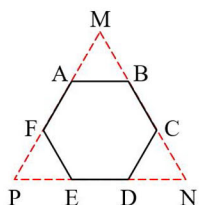
الف) نشان دهید  $MNP$  متساوی الاضلاع است.

ب) نشان دهید مساحت شش ضلعی، دو سوم مساحت مثلث  $MNP$  است.

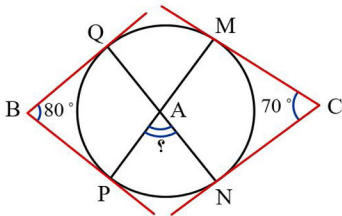
پ) از نقطه دلخواه  $T$  درون شش ضلعی عمودهای  $TH, TH', TH''$  را به ترتیب بر  $BC, ED, AF$  رسم کنید. با توجه به آنچه از هندسه پایه ۱ می دانید، مجموع طول های این سه عمود با کدام جزء از مثلث  $MNP$  برابر است؟

ت) مجموع مساحت های مثلث های  $TBC, TDE, TAF$  چه کسری از مساحت مثلث  $MNP$  است؟ نشان دهید:

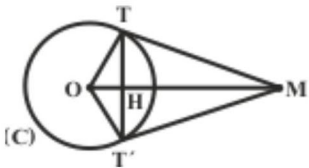
$$S_{TBC} + S_{TDE} + S_{TAF} = S_{TAB} + S_{TEF} + S_{TCD}$$



۷ در شکل اضلاع زاویه های  $B$  و  $C$  بر دایره مماس اند. اندازه زاویه  $\hat{A}$  چند درجه است؟ (بارم ۱)



۸ دو خط  $MT, MT'$  در نقطه های  $T, T'$  بر دایره  $C(O, R)$  مماسند.  $H$  نقطه برخورد وتر  $TT'$  با خط  $OM$  است. ثابت کنید: الف) خط  $OM$  نیمساز زاویه های  $TOT', TMT'$  است. (بارم ۲)



ب) خط  $OM$  عمود منصف پاره خط  $TT'$  است.

پ)  $OH \cdot OM = R^2$

۹ در تجانس با نسبت  $k < 0$  و مرکز تجانس  $O$  نشان دهید: (بارم ۱)

الف) تجانس شیب خط را حفظ می کند.

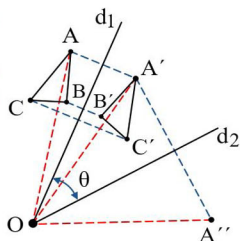
ب) تجانس زاویه بین خطوط را حفظ می کند.

۱۰ در شکل، دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با زاویه  $\theta$  یکدیگر را قطع کرده اند. مثلث  $A'B'C'$  بازتاب مثلث  $ABC$  نسبت به خط  $d_1$  است. بازتاب مثلث  $A'B'C'$  را نسبت به خط  $d_2$  رسم کنید و آن را  $A''B''C''$  بنامید. (بارم ۲)

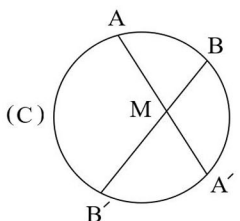
الف) نشان دهید:  $\angle AOA'' = 2\theta$

ب) اندازه  $\angle BOB''$  و  $\angle COC''$  چقدر است؟

پ) با چه تبدیلی می توان مثلث  $A''B''C''$  را تصویر  $ABC$  دانست؟ چه نتیجه ای می گیرید؟



۱۱ قضیه: از نقطه  $M$  واقع در داخل دایره  $(C)$  دو وتر  $AA'$  و  $BB'$  رسم شده اند، ثابت کنید: (بارم ۱)



$$MA \times MA' = MB \times MB'$$

۱۲ قضیه: ثابت کنید در هر چهارضلعی محاطی، زاویه های روبه رو مکمل یکدیگرند و بالعکس. (بارم ۱)

۱۳ در سؤالات زیر گزینه درست را انتخاب کنید: (بارم ۱)

الف) مرکز دایره محاطی داخلی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است.

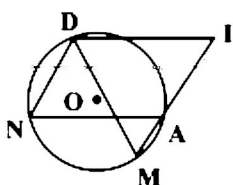
۱) ارتفاع های اضلاع ۲) عمود منصف های اضلاع ۳) نیمسازهای زاویه های درونی ۴) میانه های اضلاع

ب) مرکز دایره محیطی هر مثلث، محل برخورد ..... آن مثلث است.

۱) ارتفاع های اضلاع ۲) عمود منصف های اضلاع ۳) نیمسازهای زاویه های درونی ۴) میانه های اضلاع

۱۴ در شکل رو به رو چهارضلعی  $DIAN$  یک متوازی الاضلاع است و نقطه های  $M, A, I$  روی یک خط راست

قرار دارند. ثابت کنید  $DM = DI$ . (بارم ۱)



۱۵ عبارت های زیر را تعریف کنید: (بارم ۱)

چند ضلعی محیطی

۱۶ در شکل،  $d_1$  به موازات  $d_2$  و به فاصله  $m$  از آن قرار دارد و مثلث  $A'B'C'$  بازتاب مثلث  $ABC$  نسبت به خط  $d_1$  است. بازتاب مثلث  $A'B'C'$  را نسبت به خط  $d_2$  رسم کنید و آن را  $A''B''C''$  بنامید. (بارم ۲)

الف) نشان دهید:  $AA'' = 2m$

ب) اندازه  $BB''$  و  $CC''$  چقدر است؟

پ) با چه تبدیلی می توان مثلث  $A''B''C''$  را تصویر  $ABC$  دانست؟ چه نتیجه ای می گیرید؟

